

**Corso di Fisica moderna di base**  
**Modulo 1: Elementi di Struttura della Materia – Anna M. Lombardi**

**ATTENZIONE: LE SEGUENTI PAGINE SONO INTESE COME UNO SCHEMATICO  
RIASSUNTO DI QUANTO TRATTATO IN AULA, NON PRETENDONO DI ESSERE  
ESAURIENTI O SOSTITUTIVE ALLE LEZIONI STESSE**

**AVVISO: MARTEDI' 30 GENNAIO RIPRENDONO LE LEZIONI DEL CORSO, CON IL  
MODULO DELLA PROF.<sup>SSA</sup> IORI, DEDICATO ALLA FISICA NUCLEARE.  
L'ORARIO E' CONFERMATO (DALLE ORE 15 ALLE ORE 17.30).**

## **Lezione 6: Numeri quantici**

### **6.1 Alcuni cenni di meccanica quantistica, utili per la fisica nucleare e delle particelle**

In maniera molto sintetica, richiamiamo qui alcuni concetti fondamentali della meccanica quantistica, che risulteranno utili per le lezioni successive.

#### **Indeterminazione di Heisenberg**

Abbiamo visto nelle lezioni precedenti come, in meccanica quantistica, anche alla particelle dotate di massa e momento sia possibile assegnare una lunghezza d'onda, detta di De Broglie. Ma si è visto a lezione come identificare una particella con una unica, ben determinata lunghezza d'onda, significhi rinunciare a ogni informazione sulla posizione dove la particella si trova. Per questo motivo la particella viene spesso identificata con un "pacchetto d'onda", ottenuto attraverso la sovrapposizione di più onde, con frequenze comprese in un certo intervallo. Maggiore è l'incertezza sulla lunghezza d'onda (e quindi sul momento), maggiore è la precisione sulla posizione, e viceversa. Si tratta di una relazione che esiste anche in meccanica classica, ma che in meccanica quantistica assume una particolare caratteristica, in quanto la relazione viene a dipendere dalla costante di Planck.

Nella fisica quantistica, il **principio di indeterminazione di Heisenberg** sostiene per esempio che:

*non è possibile conoscere simultaneamente posizione e quantità di moto di un dato oggetto con precisione arbitraria,*

quantificando in maniera precisa un minimo di imprecisione, legato alla costante di Planck  $h$ .

È una delle chiavi di volta della meccanica quantistica e venne formulato da Werner Heisenberg nel 1927. Il principio non si applica soltanto alla posizione e alla quantità di moto, ma a qualsiasi coppia di variabili canonicamente coniugate.

Ad esempio, per la coppia di variabili energia e tempo:

*non è possibile conoscere l'esatta energia in un preciso istante*

Nelle formulazioni moderne della meccanica quantistica il principio non è più tale, ma risulta un teorema che si dimostra a partire dai postulati.

Le due proposizioni precedenti sono scritte in maniera più esplicita attraverso le formule:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Equazione 1

e

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Equazione 2

## Interpretazione di Copenhagen

### Interpretazione statistica della funzione d'onda

Le "onde di de Broglie e di Schroedinger" corrispondono, in questa prospettiva indeterministica, alla densità di probabilità di trovare la particella-quanto in una posizione determinata. Dato che la particella non è più un "punto materiale" classico, con una localizzazione precisa, ma un pacchetto d'onde (probabilistiche), non è più possibile assegnarle una posizione determinata. Si potranno solo calcolare le probabilità che si hanno di trovarla in una certa posizione dello spazio. Questo è il ruolo della funzione d'onda.

### Principio di corrispondenza

Il "principio di corrispondenza", enunciato da Bohr e poi rivisto e corretto da Ehrenfest, e getta un ponte fra la fisica classica e la fisica quantistica. Quando il numero delle particelle-quantum raggiunge una certa soglia, la teoria quantistica porta agli stessi risultati della fisica classica.

Oggi sono noti alcuni insiemi di quanti che, anche in gran numero, non obbediscono alla fisica classica e persistono nel seguire leggi quantistiche: sono i superconduttori e i superfluidi.

### Principio di complementarità

Il "principio di complementarità" di Bohr, formulato nel 1927, mette un punto finale alla dualità onda-corpuscolo. L'aspetto corpuscolare e l'aspetto ondulatorio sono due rappresentazioni "complementari" di un'unica e medesima realtà. Un essere fisico unico può apparirci sia sotto forma di corpuscolo (quando provoca per esempio uno scintillio su di uno schermo fluorescente), che sotto forma di onda (quando osserviamo per esempio le frange d'interferenza prodotte da un flusso di elettroni).

"It is wrong to think that the task of physics is to find out how nature is. Physics concerns what we can say about nature." Bohr

Secondo Bohr, le rappresentazioni degli enti quantistici attraverso i modelli di particella o di onda, sono tra loro "complementari,.. Cioè sono reciprocamente esclusive, tuttavia entrambi congiuntamente essenziali per una descrizione completa degli eventi quantistici. Ovviamente, in un esperimento un oggetto non può essere sia un'onda che una particella allo stesso tempo; utilizzeremo di volta in volta uno o l'altro modello, a seconda dei casi.

Nei perfezionamenti successivi di questa interpretazione la funzione dell'onda dell'oggetto inosservato è una miscela sia delle immagini della particella che dell'onda fino a che lo sperimentatore non scelga che cosa osservare in un dato esperimento.

Scegliendo il tipo di esperimento, lo sperimentatore "disturba" la natura, facendone emergere appunto il comportamento ondulatorio o quello corpuscolare. Esiste una limitazione su

quanto si può conoscere sulla natura “come realmente è”. Questa limitazione è espressa tramite le relazioni di incertezza di Heisenberg, che, per Bohr, sono strettamente collegati a quella che lui ora battezzava come “la complementarità.., La complementarità, l'incertezza e l'interpretazione statistica della funzione dell'onda dello Schrödinger sono tra i concetti alla base di quella interpretazione della meccanica quantistica che è nota come “**l'interpretazione di Copenhagen**..”

- Le affermazioni probabilistiche fatte dalla meccanica quantistica sono irriducibili, nel senso che esse non riflettono la nostra conoscenza limitata di qualche variabile nascosta. Nella fisica classica, la probabilità viene usata per descrivere il risultato del lancio di un dado, anche se si pensa che il processo sia deterministico. Per contro, l'interpretazione di Copenhagen sostiene che in meccanica quantistica, i risultati delle misurazioni sono fondamentalmente non deterministici.
- La fisica è la scienza che studia i risultati dei processi di misurazione. Le speculazioni che vanno oltre questo fatto non possono essere giustificate. L'interpretazione di Copenhagen rifiuta domande come "Dov'era la particella prima che ne misurassi la posizione?" in quanto senza senso.
- L'atto della misurazione causa un istantaneo **collasso della funzione d'onda**. Questo significa che il processo di misurazione sceglie a caso esattamente uno dei possibili stati permessi dalla funzione d'onda, e la funzione d'onda cambia (“collassa”) in quell'istante.

## Numeri quantici

Riprendiamo ora l'analisi dello sviluppo dei modelli atomici. Nel 1913 era stato introdotto il modello atomico di Bohr, ma presto ci si avvide che tale modello era troppo semplice, e non era in grado di prevedere tutte le righe spettrali che invece, anche grazie a tecnologie sempre più raffinate<sup>1</sup>, si osservavano sperimentalmente. Esso inoltre non spiegava come mai, se si accendeva un campo magnetico, talvolta le righe sembravano sdoppiarsi in multipletti di righe (effetto Zeeman).

Il modello si arricchì, introducendo in sintesi, oltre al numero quantico fondamentale  $n$ , altri tre numeri quantici: il numero quantico azimutale  $\ell$ , il numero quantico magnetico  $m$ , il numero quantico di spin,  $s$ .

Fu Sommerfeld, per primo, nel 1916 ad arricchire il semplice modello di Bohr, osservando come le orbite atomiche, analogamente a quelle planetarie, potevano forse assumere forme più generali, rispetto a quelle circolari ipotizzate da Bohr.

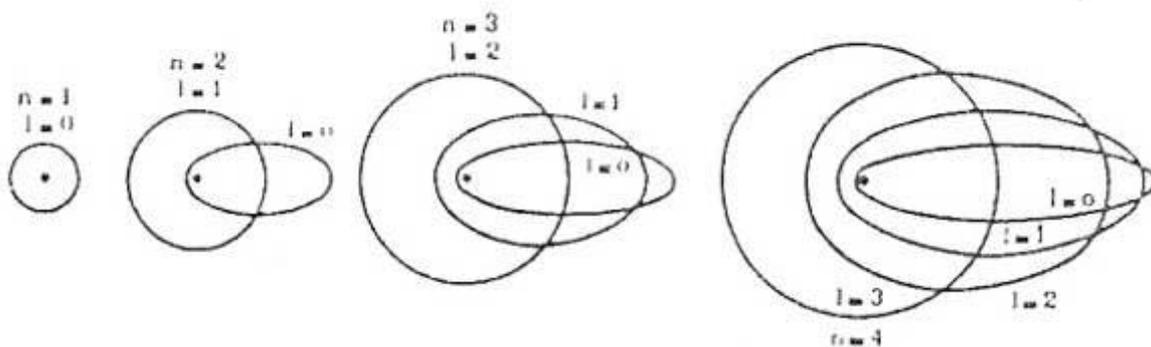


Figura 1: Le orbite ellittiche di Sommerfeld

<sup>1</sup> Ci si avvide che quelle che potevano sembrare righe semplici, in realtà erano come gruppetti di righe, che distavano tra loro circa  $10^{-4}$  volte rispetto alla distanza tra i “gruppetti” stessi di righe.

L'atomo non era più un oggetto perfettamente simmetrico e questo, per il fatto che in esso erano presenti particelle in moto, tenendo conto anche della relatività di Einstein, portava a giustificare la complessità spettrale che si osservava sperimentalmente.

Venivano così introdotti due nuovi numeri quantici:

- Se il numero quantico principale vale  $n$ , il *numero quantico azimutale* (legato alla forma dell'orbita, ovvero al momento angolare orbitale  $L$ , dalla relazione  $L^2 = \ell(\ell - 1)\hbar^2$ ), vale:

$$\ell = n-1, n-2, \dots, 0$$

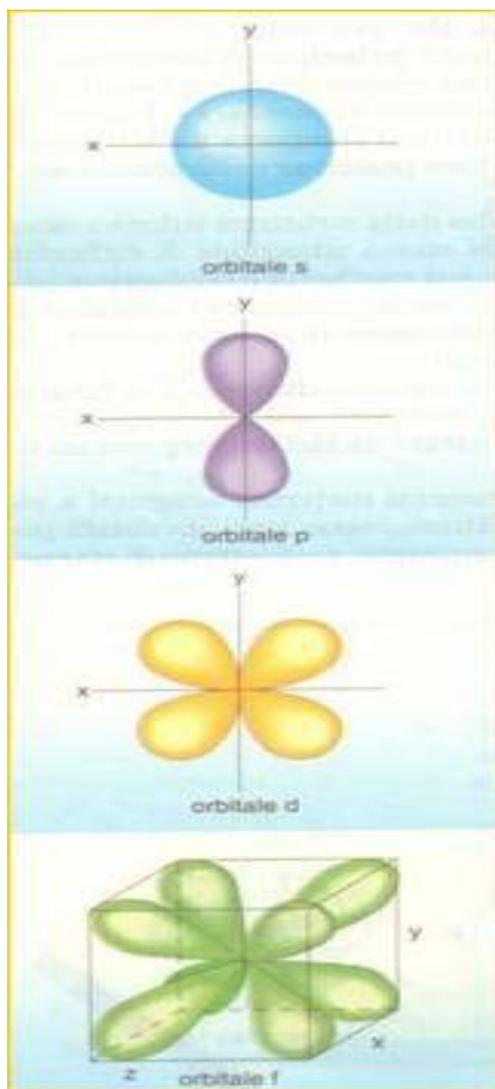
**Equazione 3**

- Se il numero quantico azimutale vale  $\ell$ , il *numero quantico magnetico* (legato alla orientazione dell'orbita, ovvero alla componente  $z$  del momento angolare orbitale  $L$ , dalla relazione  $L_z = m\hbar$ ), vale:

$$m = \ell, \ell - 1, \ell - 2, \dots, -(\ell - 2), -(\ell - 1), -\ell$$

**Equazione 4**

Con il passare degli anni, e la diffusione della meccanica quantistica, si abbandonò l'immagine dell'atomo come un microscopico modello planetario, con gli elettroni-pianeti che si muovevano su orbite, ma si cominciò a pensare ad orbitali, regioni dello spazio dove la funzione d'onda associata agli elettroni esprime la probabilità che l'elettrone si trovi in quella posizione. Utilizzando la notazione spettrografia, che assegna una lettera ad orbitali caratterizzati da un particolare momento azimutale:



**Figura 2:** un modello degli orbitali atomici. La notazione spettrografia assegna agli orbitali con  $\ell=0$  la lettera s,  $\ell=1$  la lettera p,  $\ell=2$  la lettera d,  $\ell=3$  la lettera f.

Si ha quindi

■ Per  $n = 1 \rightarrow l = 0 \rightarrow m = 0$  un orbitale sferico  $s$  con un nodo sferico a distanza finita dal nucleo

■ Per  $n = 2 \rightarrow l = 0 \rightarrow m = 0$  un orbitale sferico  $s$

$\rightarrow l = 1$

$\rightarrow m = -1$

$\rightarrow m = 0$

$\rightarrow m = +1$

tre orbitali bilobati  $p$ :

uno orientato lungo l'asse  $x$  con un nodo costituito dal piano  $yz$ ,

uno orientato lungo l'asse  $y$  con un nodo costituito dal piano  $xz$ ,

uno orientato lungo l'asse  $z$  con un nodo costituito dal piano  $xy$ .

Per  $n=3$  corrispondono, oltre ai precedenti, a  $l = 2$  cinque ( $m = -2, -1, 0, +1, +2$ ) orbitali  $d$  di forma complessa.

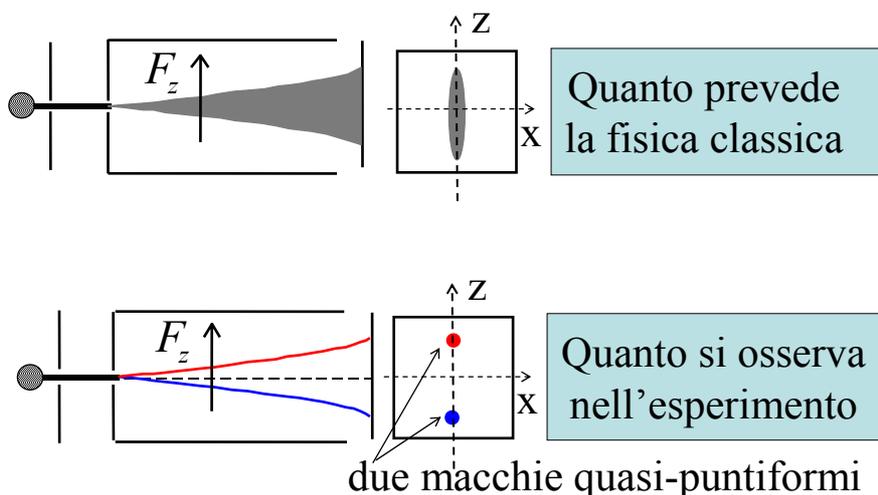
Per  $n=4$  corrispondono, oltre ai precedenti, a  $l = 3$  corrispondono sette ( $m = -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ ) orbitali  $f$ , dalla forma più complessa.

Come si è ricordato a lezione, agli elettroni non sono permessi tutti i salti tra un livello energetico ed un altro, ma esistono delle REGOLE DI SELEZIONE ben precise, che stabiliscono quali salti sono permessi.

Volendo verificare l'esistenza del numero quantico  $\ell$ , Stern e Gerlach realizzarono, nel 1922, un famoso esperimento. Un fascio di atomi d'argento veniva indirizzato su uno schermo, dopo aver attraversato un magnete. Classicamente il fascio si sarebbe distribuito con continuità; invece, secondo il modello quantistico, si pensava di osservare solo macchie ben distanziate, indici di un atomo che poteva orientare la propria orbita solo in direzioni quantizzate.

Stern e Gerlach osservarono davvero una distribuzione quantizzata, come in figura

## Apparato di Stern-Gerlach



Presto però la comunità scientifica calcolò che l'atomo di argento presenta allo stato fondamentale un numero quantico azimutale  $\ell=0$ , che non avrebbe dato luogo ad alcuna interazione con il campo magnetico. Quello che in realtà si era osservato era lo spin: era questo numero quantico che poteva assumere due valori, e che provocava, all'interno del magnete, lo splittamento degli atomi d'argento in due fasci.

Lo spin è un numero quantico che corrisponde a un momento angolare intrinseco della particella, e viene modellizzato come dovuto alla rotazione della particella, non al moto della particella all'interno dell'orbitale.

All'elettrone è associato uno spin del valore di  $\frac{1}{2}$ , per cui si ottengono due possibili valori di  $s_z = \pm \hbar/2$ . Con un semplice modello è possibile immaginare che i due valori rappresentino l'elettrone come una particella che gira in un caso in senso orario, nell'altro in senso antiorario.

Lo spin era stato in precedenza ipotizzato da Dirac, il quale lo aveva introdotto per dare maggior coerenza alla teoria della meccanica quantistica. Furono però poi George Uhlenbeck e Samuel Goudsmit che interpretarono gli "strani" risultati dell'esperimento di Stern e Gerlach, attribuendo la divisione del fascio alle due diverse orientazioni dello spin.

Tenendo conto dello spin, gli scienziati separano le particelle in due grandi famiglie, a cui avevamo accennato nella lezione in cui si erano introdotte le statistiche:

- I fermioni, che hanno spin semintero (e sono descritti dalla statistica di Fermi - Dirac)
  - I bosoni, che hanno spin intero (e sono descritti dalla statistica di Bose - Einstein)
- (es. elettroni hanno spin =  $\frac{1}{2}$   
fotoni hanno spin = 1)

## Il principio di Pauli

Per terminare, ricordiamo un importante principio della fisica, che permette di spiegare come si distribuiscono, ad esempio, gli elettroni all'interno di un atomo. Esso descrive il comportamento delle particelle dette FERMIONI. Secondo il Principio di Pauli, dato un sistema di elettroni, essi non possono avere tutti i numeri quantici eguali. In linguaggio più "evoluto" posso dire:

*due fermioni identici non possono occupare lo stesso stato quantico.*

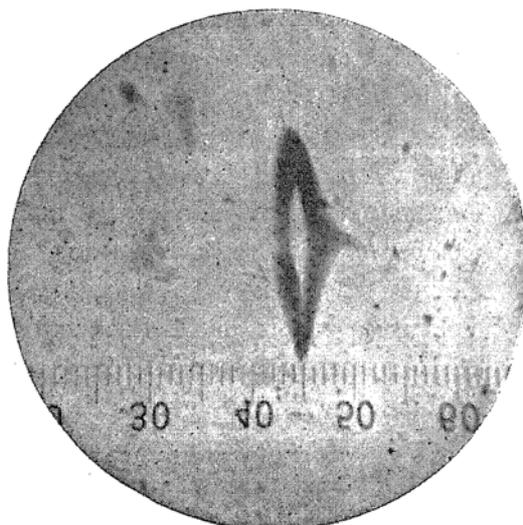


Fig. 3.

**Figura 3: Il risultato originale dell'esperimento di Stern e Gerlach, in cui, al posto di una macchia diffusa, si osserva una separazione del fascio (che ha attraversato un campo magnetico) in due componenti.**

$n=3$	$l=2$	{ $m=$	$+2$	$\left\{ \begin{array}{l} s = +\frac{1}{2} \\ s = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$
			$+1$	$\left\{ \begin{array}{l} s = +\frac{1}{2} \\ s = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$
			$-0$	$\left\{ \begin{array}{l} s = +\frac{1}{2} \\ s = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$
			$-1$	$\left\{ \begin{array}{l} s = +\frac{1}{2} \\ s = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$
			$-2$	$\left\{ \begin{array}{l} s = +\frac{1}{2} \\ s = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$
	$l=1$	{ $m=$	$+1$	$\left\{ \begin{array}{l} s = +\frac{1}{2} \\ s = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$
			$-0$	$\left\{ \begin{array}{l} s = +\frac{1}{2} \\ s = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$
			$-1$	$\left\{ \begin{array}{l} s = +\frac{1}{2} \\ s = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$
	$l=0$	{ $m=$	$0$	$\left\{ \begin{array}{l} s = +\frac{1}{2} \\ s = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$

ESEMPIO. Come semplice esempio possiamo calcolare quanti elettroni possono occupare un livello energetico con  $n=3$ . Tenendo presente il *principio di Pauli*, il livello può contenere al massimo 18 elettroni.

## FINE DEGLI APPUNTI

### **Bibliografia**

- Enge-Wehr\_Richards, *Introduction to atomic physics*, Addison Wesley.
- Eisberg-Resnick, *Quantum Physics*, Wiley.

### **Materiali**

NB come per le lezioni precedenti, i materiali sono solo consigliati, per un approfondimento personale o la preparazione di future unità didattiche. Per la preparazione del presente esame non sono richiesti contenuti disciplinari maggiori di quanto spiegato nelle dispense e nelle lezioni.

“mostra” su heisenberg, indeterminazione, interpretazione di Copenhagen:

<http://www.aip.org/history/heisenberg/p01.htm>

esp. stern gerlach

<http://www.igc.ethz.ch/~tim/work/stern-gerlach/>

st e gerl raccontato: <http://www.physicstoday.org/vol-56/iss-12/p53.html>

Racconto dettagliato (in inglese) dell'esperimento di STERN e GERLACH:

<http://plato.stanford.edu/entries/physics-experiment/app5.html>

Si riporta qui di seguito un estratto dal sito

[http://www.cosediscienza.it/chimica/07\\_atomo.htm](http://www.cosediscienza.it/chimica/07_atomo.htm)

che spiega meno sinteticamente l'argomento della lezione. Può essere una utile lettura per chi lo desidera.

### **L'ATOMO DI SOMMERFELD**

Con l'aiuto di spettroscopi molto perfezionati, si era potuto osservare che molte delle righe dello spettro dell'idrogeno erano in realtà costituite da un certo numero di altre righe molto vicine fra loro, corrispondenti a piccolissime variazioni dell'energia. Il modello di Bohr non era in grado di giustificare questa struttura fine dello spettro dell'idrogeno.

D'altra parte, anche il fatto di prendere in considerazione, per il moto dell'elettrone, solo orbite circolari, veniva considerata una limitazione artificiosa. L'orbita circolare di un corpo che si muove intorno ad un altro è infatti un caso particolare delle più generali orbite ellittiche (si pensi ad esempio ai pianeti che girano intorno al Sole). L'elettrone quindi, girando intorno al nucleo, avrebbe dovuto percorrere, oltre all'orbita circolare, un'infinità di altre orbite ellittiche.

Nel 1916, il fisico tedesco Arnold Sommerfeld, tentò di dare un significato alla struttura fine dell'idrogeno introducendo anche le traiettorie ellittiche per il moto degli elettroni. Innanzitutto egli ipotizzò che, poiché i fatti sperimentali mostravano che le righe della struttura fine erano in numero limitato, anche il numero delle orbite possibili sarebbe dovuto essere limitato: l'obiettivo di limitare questo numero poteva essere raggiunto applicando le stesse condizioni di quantizzazione introdotte da Bohr.

Sommerfeld dimostrò che per ciascun valore del numero quantico  $n$  doveva esistere un numero determinato di orbite ellittiche (oltre a quella circolare), di eccentricità variabile (cioè più o meno schiacciate), ma aventi tutte l'asse maggiore uguale al diametro della circonferenza presente in quel determinato livello energetico.

Per descrivere il momento angolare dell'elettrone che viaggia su orbite ellittiche, Sommerfeld introdusse un nuovo numero quantico,  $\ell$ , detto *numero quantico azimutale*. Il numero quantico  $n$ , di conseguenza, veniva a perdere la sua funzione originaria di individuare esso stesso il momento angolare dell'elettrone; ad  $n$ , nel modello ad orbite ellittiche, venne quindi riservato il compito di determinare semplicemente l'energia di uno stato stazionario, ed assunse la denominazione di *numero quantico principale*.

Si potrebbe dimostrare che, anche ammettendo la presenza di una serie di orbite ellittiche per ogni stato stazionario, la struttura fine dello spettro dell'idrogeno, non troverebbe comunque spiegazione. Queste orbite infatti, pur di eccentricità diversa, presentano tutte la stessa energia perché posseggono tutte la stessa lunghezza dell'asse maggiore. Pertanto non si potrà avere emissione o assorbimento di energia nel passaggio dell'elettrone dall'una all'altra di esse.

Sommerfeld pensò allora che la soluzione del problema risiedesse nell'alta velocità posseduta dagli elettroni. Ai corpi che si muovono a grandissima velocità diventa infatti indispensabile, per descriverne correttamente il movimento, applicare le leggi della relatività. Queste leggi prevedono che quando un corpo viaggia a velocità elevatissima la sua massa debba variare in modo significativo.

Se un elettrone si muove a notevole velocità su un'orbita circolare, esso conserva, lungo tutto il percorso, la stessa velocità e quindi anche la stessa massa; se l'elettrone però si muove, sempre a velocità elevatissima, lungo un'orbita ellittica molto eccentrica, nel tempo in cui percorre il tratto più vicino al nucleo (perielio) viaggia più velocemente e, per effetto di questa accelerazione, aumenta di massa. (Naturalmente, quando si trova a viaggiare in prossimità del punto più lontano, decelera e quindi perde massa.)

Se ora noi ammettiamo che per un certo valore del numero quantico principale  $n$  possano esistere, oltre all'orbita circolare, anche alcune orbite ellittiche più o meno eccentriche, l'elettrone che le percorre, cambiando massa lungo il percorso, dovrà cambiare anche contenuto energetico. Pertanto gli elettroni che percorrono l'una o l'altra orbita avranno energia diversa (ma non di molto), e il passaggio da un'orbita all'altra comporterà l'apparire di una serie di righe, anche se molto vicine fra loro, e non di una sola. In questo modo veniva spiegato il fatto che una riga dello spettro era in realtà composta da un insieme di altre righe.

La teoria di Sommerfeld prevedeva che, al crescere di  $n$ , aumentasse il numero delle orbite ellittiche possibili e quindi aumentasse anche il numero delle suddivisioni delle righe spettrali. Si dimostra che  $\ell$  può assumere tutti i valori interi positivi compresi fra 0 ed  $n-1$ . Questo numero determina, come abbiamo spiegato sopra, la forma dell'orbita.

Frattanto, un nuovo fatto sperimentale metteva in evidenza un'ulteriore possibilità di alterazione energetica in seno alle varie orbite. Si era osservato infatti che sottoponendo alcuni elementi all'azione di un campo magnetico, si verificava lo sdoppiamento di alcune righe spettrali. Il fenomeno è detto, dal nome del suo scopritore, "effetto Zeeman".

Per comprendere il meccanismo di questo fenomeno, dobbiamo considerare che l'elettrone, oltre ad una massa, possiede anche una carica elettrica. Ora, secondo le leggi dell'elettromagnetismo, una carica elettrica che percorre un circuito chiuso, genera un campo magnetico, come qualsiasi corrente elettrica che percorre una spirale. Si viene così a creare, all'interno dell'atomo, per effetto del moto dell'elettrone,

un minuscolo magnete, il quale, tuttavia, non produce alcun effetto, così come un ago magnetico, da solo, non subisce alcuna forza.

Quando però si applica un campo magnetico all'esterno, questo interagisce con il "magnetino" (elettrone in rotazione) presente nell'atomo costringendolo a sistemarsi secondo determinate posizioni, così come un ago calamitato subisce uno spostamento per l'azione di una calamita.

Si rese quindi necessario imporre, anche in questo caso, delle limitazioni alle posizioni che l'orbita percorsa dall'elettrone poteva assumere nello spazio. Si introdusse infatti un terzo numero quantico, detto *numero quantico magnetico* e simboleggiato con la lettera  $m$ . Il numero  $m$  può assumere tutti i valori interi compresi fra  $-\ell$  e  $+\ell$ , incluso lo zero. Pertanto, quando  $\ell$  vale zero,  $m$  può assumere solo il valore zero; quando  $\ell$  vale 1, i possibili valori di  $m$  sono -1, 0, +1: sul secondo livello energetico esistono quindi tre orbite ellittiche possibili con la stessa energia, ma orientate diversamente nello spazio. Quando  $\ell$  vale 2 i possibili valori di  $m$  sono 5, rispondenti a cinque posizioni diverse nello spazio delle cinque orbite ellittiche con la stessa energia; e quando  $\ell$  vale 3 i possibili valori di  $m$  sono 7.

Oltre all'effetto Zeeman, che come abbiamo visto si è potuto giustificare con la quantizzazione spaziale, rimaneva ancora da spiegare il fatto che nella struttura fine di alcuni metalli si osservava un numero di righe ancora superiore a quello previsto dalla teoria delle orbite ellittiche di Sommerfeld. Si trattava di una particolare "struttura a doppietti" che si riscontrava per esempio nel sodio, nel magnesio e nel mercurio.

Nel 1926 due fisici statunitensi di origine olandese, George Eugene Uhlenbeck e Samuel Abraham Goudsmit seppero dare una spiegazione teorica anche alle nuove righe spettrali. Essi immaginarono che l'elettrone, oltre che girare intorno al nucleo, potesse girare anche su sé stesso come fosse una trottola. In questo modo l'elettrone, dotato di carica, creerebbe un suo proprio campo magnetico del tutto distinto da quello che lo stesso produce girando intorno al nucleo.

Anche in questo caso fu necessario quantizzare la rotazione attraverso l'introduzione di un quarto numero quantico,  $s$ , detto *numero quantico (magnetico) di spin* ("to spin", in inglese, significa girare). Poiché possiamo immaginare l'elettrone girare su sé stesso, o in senso orario, o in senso antiorario, i valori che  $s$  può assumere sono solo due:  $+1/2$  e  $-1/2$ .

## 16. IL PRINCIPIO DI ESCLUSIONE DI PAULI

Il modello originario di Bohr, come abbiamo visto, si adattava bene solo all'atomo dell'idrogeno. Successivamente, però, prima Sommerfeld e poi Goudsmit e Uhlenbeck vi apportarono una serie di perfezionamenti e di aggiustamenti che avrebbero consentito di adattarlo anche ad atomi più complessi. Questo modello, tuttavia, non soddisfaceva per nulla i fisici perché appariva come uno strano ibrido costruito per metà utilizzando le leggi della fisica classica e per metà le strane regole di quantizzazione di Planck. Potremmo definire il modello atomico di Bohr e Sommerfeld un modello semiclassico e semiquantistico.

La cosa sorprendente tuttavia era che il nuovo modello atomico, nonostante tutte le imperfezioni e le contraddizioni che conteneva, riusciva tuttavia a dare giustificazione coerente dei fatti sperimentali. Si era infatti riusciti a stabilire che ogni orbita o, per meglio dire, ogni elettrone, poteva essere individuato da una quaterna di numeri quantici che definivano la forma dell'orbita su cui lo stesso girava, e la sua energia.

Riportiamo, per maggior chiarezza, le relazioni che legano fra loro i quattro numeri quantici.

Il numero quantico principale,  $n$ , identifica le dimensioni dell'orbita percorsa dall'elettrone, cioè in pratica indica la distanza a cui si trova l'elettrone dal nucleo. I valori di  $n$  possono variare teoricamente da  $n=1$  a  $n=\infty$ , tuttavia solo i primi sette valori descrivono orbite effettivamente presenti negli atomi degli elementi noti.

E' da notare che le orbite, essendo individuate solo dal valore del raggio che le contraddistingue, sono in realtà delle superfici di una sfera. Queste superfici vengono quindi a rappresentare livelli energetici (o strati) percorsi dall'elettrone. Tutti gli elettroni di un dato strato hanno la stessa energia e all'aumentare di  $n$  aumenta l'energia dello strato.

Il numero quantico secondario,  $\ell$ , individua l'eccentricità dell'orbita, ossia la sua forma. Per ogni valore di  $n$ , possono esistere  $n$  orbite distinte di cui una circolare e  $n-1$  ellittiche. Quando gli elettroni percorrono le orbite di forma diversa presenti sullo stesso livello possiedono energie leggermente diverse. Ciò si esprime affermando che ogni livello possiede più sottolivelli. I valori di  $\ell$  possono essere tutti quelli compresi fra 0 e  $n-1$ .

Per  $n=1$ ,  $\ell$  può assumere un unico valore: zero; ciò vuol dire che nel primo livello energetico esiste un'unica orbita (ovviamente circolare) e quindi un unico sottolivello (livello e sottolivello pertanto coincidono). Per  $n=2$ ,  $\ell$  può assumere i valori 0 e 1; il secondo livello energetico è diviso quindi in due sottolivelli che differiscono leggermente per l'energia. Per  $n=3$ ,  $\ell$  può assumere i valori 0, 1 e 2, corrispondenti a tre orbite percorribili dall'elettrone, cioè a tre sottolivelli. E così di seguito per gli altri livelli.

Per specificare il valore di  $\ell$ , invece che i numeri, normalmente si usa un codice letterale: quindi, invece che  $\ell = 0$  si preferisce dire sottolivello  $s$ ; invece che  $\ell = 1$ , sottolivello  $p$ ; invece che  $\ell = 2$ , sottolivello  $d$ ; invece che  $\ell = 3$ , sottolivello  $f$ . Le lettere derivano dallo studio spettroscopico dove erano impiegate per indicare diverse serie di righe spettrali:  $s$ =sharp (netta),  $p$ =principal (principale),  $d$ =diffuse (diffusa),  $f$ =fundamental (fondamentale). Pertanto, per designare ad esempio il sottolivello caratterizzato dai numeri quantici  $n=2$  e  $\ell = 1$ , si usa, preferibilmente, l'espressione "sottolivello  $2p$ ". Per indicare il sottolivello con  $n=4$  e  $\ell = 0$ , si usa l'espressione "sottolivello  $4s$ ", e così via.

Il numero quantico magnetico,  $m$ , definisce l'orientazione dell'orbita nello spazio, e può assumere, per un dato valore di  $\ell$ , tutti i valori interi da  $-\ell$  e  $+\ell$ , zero compreso. Quindi, per ogni valore di  $\ell$ ,  $m$  può assumere un totale di  $2\ell + 1$  valori.

Per  $\ell = 0$ ,  $m$  può avere soltanto il valore zero; quindi, su un sottolivello di tipo  $s$ , vi è un'unica orbita a disposizione degli elettroni. Per  $\ell = 1$ , il numero quantico magnetico può assumere i valori  $+1$ ,  $0$  e  $-1$ , e quindi, per ogni sottolivello di tipo  $p$ , gli elettroni hanno a disposizione 3 orbite, tutte con la stessa forma, ma orientate nello spazio in modo diverso. In assenza di un campo magnetico esterno queste tre orbite sono identiche dal punto di vista energetico, ma, in presenza di un campo magnetico, cambiano in funzione del valore che assume  $m$ . Per  $\ell = 2$ ,  $m$  assume 5 valori e quindi esistono 5 orbite sul sottolivello di tipo  $d$ . Per  $\ell = 3$ ,  $m$  assume 7 valori, corrispondenti a sette orbite sul sottolivello di tipo  $f$ .

Il numero quantico magnetico di spin,  $s$ , è collegato al senso della rotazione dell'elettrone su sé stesso e può assumere solo i valori  $+1/2$  o  $-1/2$ . Se due elettroni hanno lo stesso valore di  $s$  si dice che hanno spin paralleli, se hanno valori di segno opposto, si dice che hanno spin antiparalleli, o opposti.

Come abbiamo già detto, Sommerfeld, in collaborazione con altri, inserendo un maggior numero di orbite e di livelli energetici su cui far muovere gli elettroni, era riuscito ad ampliare il modello originario di Bohr. I fisici non erano in grado, tuttavia, di adattare questo modello ad atomi con molti elettroni, perché non riuscivano a capire quale dovesse essere la distribuzione degli elettroni sulle diverse orbite disponibili.

Con la presenza di più elettroni intorno al nucleo non poteva infatti essere trascurata la loro interazione. Se, ad esempio, gli elettroni di un atomo non interagissero reciprocamente, e risentissero solo dell'attrazione del nucleo, essi sarebbero tutti equivalenti e tutti si andrebbero a sistemare spontaneamente sul livello a minor contenuto energetico, cioè su quello più vicino al nucleo.

L'idea di sistemare tutti gli elettroni di un atomo sull'orbita a più basso contenuto energetico fu però immediatamente scartata anche perché contraria ai fatti sperimentali. Lo studio degli spettri atomici mostrava infatti chiaramente che gli elettroni, nello stato fondamentale (cioè a minimo contenuto di energia), erano distribuiti su vari livelli energetici.

La soluzione del problema, semplice ed elegante, alla fine fu trovata dal fisico austriaco Wolfgang Pauli nel 1925. Egli partì dalla considerazione che due elettroni, per poter stare vicini, dovevano avere spin opposti: gli elettroni che girano su sé stessi, si comportano infatti come magneti, e l'esperienza insegna che due magneti, orientati nello stesso senso, si respingono, mentre, se sono orientati in senso opposto, si attraggono. Allo stesso modo, due elettroni con lo stesso spin producono campi magnetici di segno uguale e si respingono, mentre se hanno spin opposti il campo magnetico dell'uno annulla quello dell'altro e si attraggono. Ora, poiché per gli elettroni stare vicini vuol dire occupare la stessa orbita, Pauli concluse che su una stessa orbita non potevano stare più di due elettroni (con spin opposto). Questa limitazione è espressa dal cosiddetto "*principio di esclusione*" che può essere enunciato nel modo seguente: "In un medesimo atomo non possono esistere due elettroni con identici valori di tutti e quattro i numeri quantici".

Per comprendere il significato di questo principio proviamo ad immaginare due elettroni con i primi tre numeri quantici uguali: per esempio,  $n=1$ ,  $\ell=0$  e  $m=0$ . In questo caso i nostri due elettroni si troveranno entrambi sul primo livello energetico e sull'unica orbita (circolare) presente in quel livello. Ora, affinché i due elettroni possano stazionare su quell'orbita essi dovranno necessariamente avere spin opposti ( $+1/2$  l'uno e  $-1/2$  l'altro), ecco allora dimostrato che questi due elettroni dovranno avere almeno uno dei quattro numeri quantici diverso. Si potrebbero fare altri esempi che dimostrano che due elettroni non possono avere tutti i quattro i numeri quantici uguali perché, se così fosse, rappresenterebbero lo stesso elettrone.

Il principio di esclusione di Pauli consente anche di stabilire quanti elettroni possono stare, al massimo, su ciascun livello energetico. Il numero massimo di elettroni per livello si ricava semplicemente dalla espressione  $2n^2$ . Pertanto, il primo livello energetico,  $n=1$ , potrà contenere al massimo due soli elettroni ( $2 \cdot 1^2$ ); il secondo livello,  $n=2$ , potrà contenere al massimo  $2 \cdot 2^2 = 8$  elettroni, il terzo livello energetico conterrà, al massimo  $2 \cdot 3^2 = 18$  elettroni, e così di seguito per gli altri.

Anche se oggi il modello di atomo è concettualmente diverso da quello che abbiamo descritto, quest'ultimo può essere lo stesso utilizzato efficacemente per rappresentare la configurazione elettronica dei vari tipi di atomi esistenti in natura. Lo stato di un elettrone, cioè la sua posizione all'interno di un atomo, nel modello di Bohr e Sommerfeld, come nel più moderno modello che descriveremo in seguito, rimane in ogni caso determinato da quattro numeri quantici:  $n$ ,  $\ell$ ,  $m$ ,  $s$ .

## 17. LA DISTRIBUZIONE DEGLI ELETTRONI NEGLI ATOMI<sup>2</sup>

Le proprietà chimiche degli elementi sono determinate dal numero degli elettroni presenti nei rispettivi atomi. Tale numero, detto *numero atomico* ed indicato con la lettera  $Z$ , viene riportato a volte al piede del simbolo dell'elemento. Di tale numero si è già fatto cenno, parlando degli isotopi, in modo generico, come valore caratterizzante la specie chimica. Ora sappiamo che le proprietà chimiche (e anche molte proprietà fisiche) degli elementi sono determinate da una progressione regolare del

---

<sup>2</sup> Si riporta il seguente paragrafo solo per EVENTUALE interesse personale di chi legge.

numero degli elettroni dei loro atomi, da 1 a 112, quanti sono i 112 elementi (naturali e artificiali) attualmente noti.

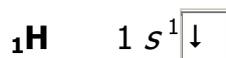
Il modo in cui sono disposti gli elettroni intorno al nucleo viene detto "struttura elettronica" dell'atomo. La distribuzione degli elettroni nei singoli atomi segue un criterio preciso che noi esporremo nel corso della costruzione grafica degli atomi più semplici esistenti in natura.

La scrittura sintetica, usata convenzionalmente, è la seguente:

- a) l'orbita vuota è rappresentata da un quadratino 
- b) un quadratino con una freccia all'interno, rivolta verso il basso o verso l'alto, a seconda dello spin, indica un'orbita percorsa da un elettrone 
- c) un quadratino con due frecce contrapposte indica un'orbita con due elettroni 

Inoltre, con una scrittura, ad esempio, del tipo  $2s^1$  si indica che 1 elettrone (indice di  $s$ ) si trova sul secondo livello energetico (coefficiente di  $s$ ), su un'orbita circolare, cioè con  $l=0$ .

1. Cominciamo allora col rappresentare la struttura elettronica dell'atomo più semplice di tutti, quello dell'idrogeno. Essa viene indicata con la seguente simbologia:



Con tale scrittura sintetica si vuol significare che l'atomo di idrogeno possiede un solo elettrone (l'indice posto al piede del simbolo rappresenta il numero atomico  $Z$ ). Tale elettrone trova sistemazione nel livello energetico più basso:  $n=1$ , o strato K. Inoltre, poiché in questo caso  $n$  è uguale a 1, dovrà essere necessariamente  $l=0$  e  $m=0$ ; pertanto l'elettrone viaggerà su un'orbita circolare (di tipo  $s$ ) e lo spin assumerà uno dei due valori possibili, ad esempio  $-1/2$ .

2. L'atomo dell'elio possiede due elettroni. Entrambi questi elettroni trovano sistemazione sul primo livello energetico dove esiste un'unica orbita disponibile. I due elettroni percorreranno quindi la stessa orbita, con spin antiparallelo. Le quaterne dei numeri quantici che individuano i due elettroni saranno quindi le seguenti:  $n=1$ ,  $l=0$ ,  $m=0$  e  $s=-1/2$ , per il primo elettrone e,  $n=1$ ,  $l=0$ ,  $m=0$  e  $s=+1/2$  per il secondo. Come si può osservare i due elettroni hanno solo tre numeri quantici uguali, il quarto è diverso nel rispetto del principio di esclusione. La scrittura sintetica è la seguente:

